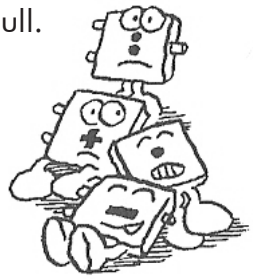
Grundwissen • Klasse 5

erstellt von A. Bönning

Zahlenmengen und Punktmengen

$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$ Die Menge der natürlichen Zahlen mit Null.
$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots\}$ Die Menge der natürlichen Zahlen.
$\mathbb{Z} = \{\dots -2; -1; 0; +1; +2; \dots\}$ Die Menge der ganzen Zahlen.



Rechenarten

Term	Termname	6	3	Rechenart	Ergebnis
6 + 3	Summe	1. Summand	2. Summand	Addition	Summenwert
6 – 3	Differenz	Minuend	Subtrahend	Subtraktion	Differenzwert
6 • 3	Produkt	1. Faktor	2. Faktor	Multiplikation	Produktwert
6 : 3	Quotient	Dividend	Divisor	Division	Quotientenwert
6^3	Potenz	Basis	Exponent	Potenzieren	Potenzwert

Quadratzahlen

$1^2 = 1$	$4^2 = 16$	$7^2 = 49$	$10^2 = 100$	$13^2 = 169$	$16^2 = 256$	$19^2 = 361$
$2^2 = 4$	$5^2 = 25$	$8^2 = 64$	$11^2 = 121$	$14^2 = 196$	$17^2 = 289$	$20^2 = 400$
$3^2 = 9$	$6^2 = 36$	$9^2 = 81$	$12^2 = 144$	$15^2 = 225$	$18^2 = 324$	$25^2 = 625$

Rechenregeln

für $a \in \mathbb{Z}$ gilt:*	$a + 0 = a$	$a - 0 = a$	$a \cdot 0 = 0$
	$a : 0 =$ ↯ (nicht definiert) **aber:** $0 : a = 0$		

Dividiere **nie** durch 0!

* das heißt: a steht für eine beliebige ganze Zahl.

Beachte folgende Reihenfolge:
Potenzen – Klammern – Punktrechnung – Strichrechnung (PoKlaPS)

Grundwissen • Klasse 5

②

erstellt von A. Bönning

Primfaktorzerlegung, Teilbarkeitsregeln

Natürliche Zahlen, die nur durch 1 oder durch sich selbst teilbar sind, heißen **Primzahlen**. Jede natürliche Zahl, die keine Primzahl ist, kann man als Produkt schreiben, dessen Faktoren nur Primzahlen sind. Diese nennt man **Primfaktoren**. Die Darstellung einer Zahl als Produkt aus lauter Primfaktoren heißt Primfaktorzerlegung.

Merke:
Die Zahl 1
ist keine Primzahl!

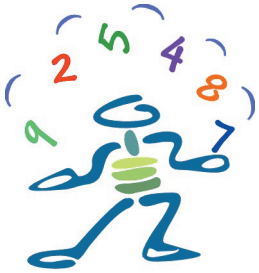
Eine Zahl ist durch die Zahl ...

1	immer teilbar.
2	teilbar, wenn ihre letzte Ziffer durch 2 teilbar oder eine Null ist.
3	teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.
4	teilbar, wenn ihre beiden letzten Ziffern Nullen sind oder eine durch 4 teilbare Zahl bilden.
5	teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine Null oder eine 5 ist.
6	teilbar, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist.
8	teilbar, wenn ihre letzten drei Ziffern eine durch 8 teilbare Zahl bilden.
9	teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
10	teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine Null ist.
25	teilbar, wenn ihre beiden letzten Ziffern Nullen, 25, 50 oder 75 sind.
100	teilbar, wenn ihre letzten beiden Ziffern Nullen sind.

Eine Zahl ist durch eine Stufenzahl (10, 100, 1000, ...) teilbar,
wenn sie mindestens gleich viele Endnullen besitzt wie die Stufenzahl.

Haben zwei oder mehrere Zahlen mehr als einen Teiler gemeinsam, so gibt es unter diesen einen größten. Man bezeichnet ihn als **g**rößten **g**emeinsamen **T**eiler (**ggT**).

Unter allen gemeinsamen Vielfachen zweier oder mehrerer Zahlen gibt es ein kleinstes. Man bezeichnet es als **k**leinstes **g**emeinsames **V**ielfaches (**kgV**).



Abrunden: Die zu rundende Ziffer bleibt unverändert, wenn eine 0, 1, 2, 3 oder 4 folgt.

Aufrunden: Die zu rundende Ziffer wird um 1 erhöht, wenn eine 5, 6, 7, 8 oder 9 folgt.

Grundwissen • Klasse 5

erstellt von A. Bönning

Addition und Subtraktion in $\mathbb{Z}$

Klammern auflösen

$+ (+) \Rightarrow +$
$+ (-) \Rightarrow -$
$- (+) \Rightarrow -$
$- (-) \Rightarrow +$

Zwei Zahlen, deren Zahlenpfeile gleich lang sind, aber in entgegengesetzte Richtung zeigen, nennt man Zahl und **Gegenzahl** (z. B. + 4 und – 4). Die Maßzahl der Länge der beiden Zahlenpfeile ist der **Betrag** der Zahlen.

Man schreibt: $|+4| = |-4| = 4$

Addition mit gleichen Vorzeichen	Addition mit verschiedenen Vorzeichen
Addiere die Beträge der Zahlen und füge dem Ergebnis das gemeinsame Vorzeichen hinzu.	Subtrahiere den kleineren vom größeren Betrag und setze das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag.
① $(+8) + (+10) = +18$ ② $(-13) + (-9) = -22$	① $(+12) + (-17) = -5$ ② $(-3) + (+11) = +8$

Beispiele

Subtrahiere eine Zahl, indem du die Gegenzahl addierst!

Multiplikation und Division in $\mathbb{Z}$

Multiplikation

$+ \cdot + = +$
$+ \cdot - = -$
$- \cdot + = -$
$- \cdot - = +$

Potenzen

$(a, n \in \mathbb{N})$

für $(-a)^n$ gilt:
$(-a)^n = a^n$, wenn n gerade ist
$(-a)^n = -a^n$, wenn n ungerade ist

Division

$+ : + = +$
$+ : - = -$
$- : + = -$
$- : - = +$

Sehr große Zahlen können als Produkt einer Zahl zwischen 1 und 10 und einer Zehnerpotenz dargestellt werden.

Beispiel $5\,000\,000 = 5 \cdot 10^6$

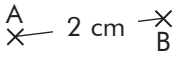
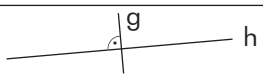
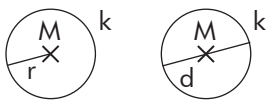
Grundwissen • Klasse 5

④

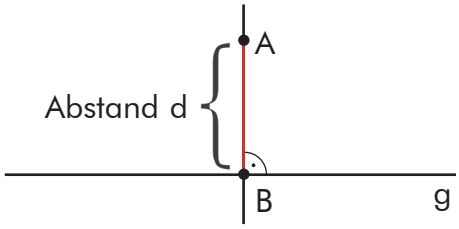
erstellt von A. Bönning

	Multiplikation	Addition
Kommutativgesetz	$a \cdot b = b \cdot a$	$a + b = b + a$
Assoziativgesetz	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Distributivgesetz	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$	

Geometrische Grundbegriffe

Beschreibung	Symbol	Zeichnung
Die Strecke vom Punkt A zum Punkt B.	$\overline{AB}$	
Die Länge der Strecke von A nach B beträgt 2 cm.	$\lvert\overline{AB}\rvert = 2\text{cm}$	
Die Halbgerade, die im Punkt A beginnt und durch den Punkt B hindurchgeht.	$[AB$	
Die Gerade, die durch die Punkte A und B verläuft.	AB	
Die Gerade g verläuft parallel zur Geraden h.	$g \parallel h$	
Die Gerade g steht senkrecht auf der Geraden h.	$g \perp h$	
Der Punkt A liegt nicht auf der Geraden g. Der Punkt B liegt auf der Geraden g.	$A \notin g$ $B \in g$	
Die Geraden g und h schneiden sich im Punkt S.	$g \cap h = \{S\}$	
Der Kreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r. (d: Durchmesser des Kreises k)	$k\,(M; r)$	

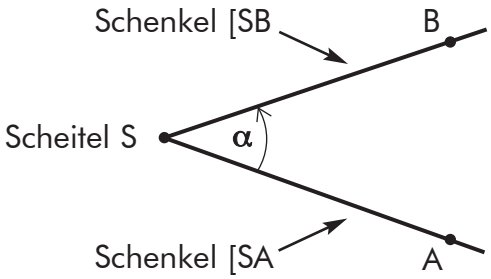
Der **Abstand** d ist die kürzeste Entfernung von A zu einem Punkt der Geraden g und wird auf der Senkrechten zu g durch den Punkt A gemessen. Die Gerade AB heißt dabei **Lotgerade** oder Lot von A auf g. Den Punkt B nennt man **Lotfußpunkt**. Man schreibt: d (A; g)



Hinweis: Zwei parallel liegende Geraden haben überall den gleichen Abstand!

erstellt von A. Bönning

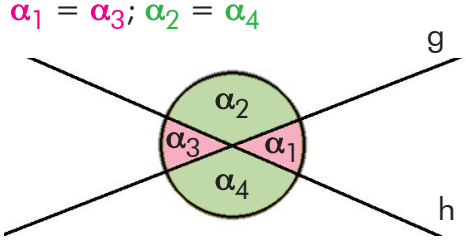
Winkel



Man schreibt: $\sphericalangle ASB$

Scheitelwinkel liegen sich gegenüber und haben gleiches Maß:

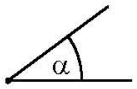
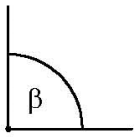
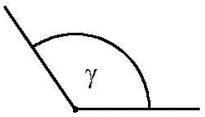
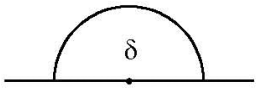
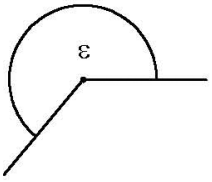
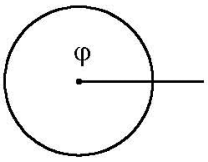
$\alpha_1 = \alpha_3$; $\alpha_2 = \alpha_4$



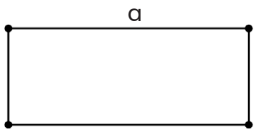
Nebenwinkel liegen nebeneinander und ergänzen sich zu 180°:

$\alpha_1 + \alpha_2 = 180°$; $\alpha_3 + \alpha_4 = 180°$

Winkelarten

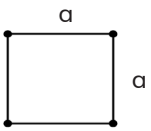
spitzer Winkel $0° < \alpha < 90°$	rechter Winkel $\beta = 90°$
	
stumpfer Winkel $90° < \gamma < 180°$	gestreckter Winkel $\delta = 180°$
	
überstumpfer Winkel $180° < \varepsilon < 360°$	Vollwinkel $\phi = 360°$
	

Ebene Figuren



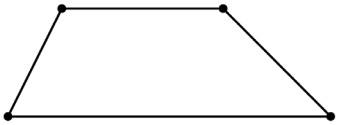
Rechteck

Umfang: $u = 2 \cdot (a + b)$
Flächeninhalt: $A = a \cdot b$

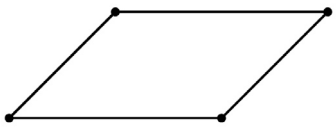


Quadrat

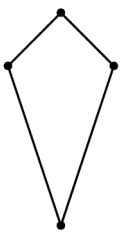
Umfang: $u = 4 \cdot a$
Flächeninhalt: $A = a^2$



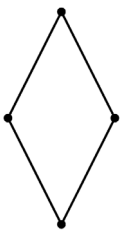
Trapez



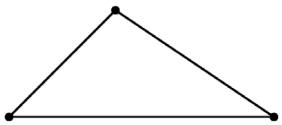
Parallelogramm



Drachenviereck

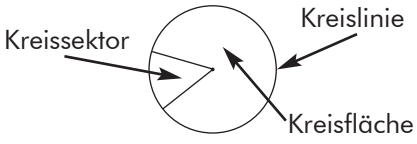


Raute



Dreieck

gleichschenkliges Dreieck: zwei gleich lange Seiten
gleichseitiges Dreieck: drei gleich lange Seiten
rechtwinkliges Dreieck: ein rechter Winkel



Kreis

Grundwissen • Klasse 5

erstellt von A. Bönning

Maßeinheiten

Geld

1 € = 100 ct

€: „Euro"
ct: „Cent"

Länge

1 km = 1000 m
1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm

km: „Kilometer"
m: „Meter"
dm: „Dezimeter"
cm: „Centimeter"
mm: „Millimeter"

Masse

1 t = 1000 kg
1 kg = 1000 g
1 g = 1000 mg

t: „Tonne"
kg: „Kilogramm"
g: „Gramm"
mg: „Milligramm"

Zeit

1 a = 365 d
1 d = 24 h
1 h = 60 min
1 min = 60 s

a: „Jahr"
d: „Tag"
h: „Stunde"
min: „Minute"
s: „Sekunde"

Flächen- und Volumeneinheiten

km²: „Quadratkilometer"
ha: „Hektar"
a: „Ar"
m²: „Quadratmeter"
dm²: „Quadratdezimeter"
cm²: „Quadratcentimeter"
mm²: „Quadratmillimeter"

Fläche

1 km² = 100 ha
1 ha = 100 a
1 a = 100 m²
1 m² = 100 dm²
1 dm² = 100 cm²
1 cm² = 100 mm²

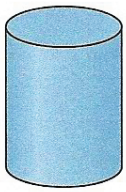
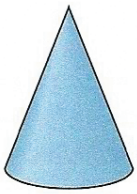
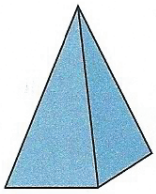
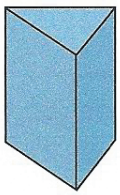
Liter

1 hl = 100 l
1 l = 10 dl
1 dl = 10 cl
1 cl = 10 ml

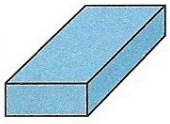
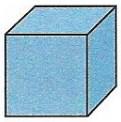
hl: „Hektoliter"
l: „Liter"
dl: „Deziliter"
cl: „Centiliter"
ml: „Milliliter"

erstellt von A. Bönning

Räumliche Figuren

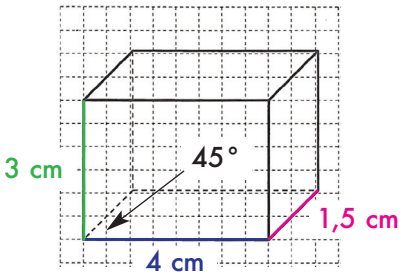
 Zylinder	 Kegel	 Pyramide	 Prisma	Kugel

Im Schrägbild eines Quaders oder Würfels erscheinen alle zur Schrägbildachse parallelen Strecken, Flächen und Winkel in wahrer Größe. Strecken, die senkrecht zur Schrägbildachse verlaufen, werden verzerrt und verkürzt dargestellt.

 Quader	 Würfel

Meist gilt:
Verzerrungswinkel $\omega = 45°$
Verzerrungsmaßstab $q = 0{,}5$

Schrägbild eines Quader mit:
Länge = **4 cm**, Höhe = **3 cm**, Breite/Tiefe = **3 cm**



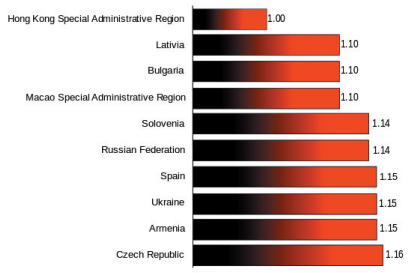
Mathematische Zeichen

Beschreibung	Symbol	Beschreibung	Symbol
... ist gleich ...	$=$	... ist nicht gleich ...	$\neq$
... ist kleiner als ...	$<$	... ist kleiner oder gleich ...	$\leqq$
... ist größer als ...	$>$	... ist größer oder gleich ...	$\geqq$
... ist ungefähr gleich ...	$\approx$	entspricht	$\widehat{=}$
und zugleich	$\wedge$	oder auch	$\vee$
... ist Element von ...	$\in$	... ist nicht Element von ...	$\notin$
... ist Teilmenge von ...	$\subset$	... ist nicht Teilmenge von ...	$\not\subset$
... vereinigt mit ...	$\cup$	... geschnitten mit ...	$\cap$

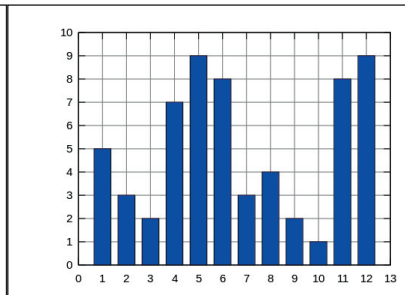
erstellt von A. Bönning

Erfassen und Auswerten von Daten

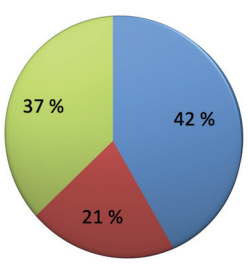
Die Auswertung von Umfragen erfolgt häufig mit Hilfe von **Strichlisten** und **Häufigkeitstabellen**. Mit **Diagrammen** kann man die Ergebnisse von Umfragen übersichtlich gestalten.



Balkendiagramm



Säulendiagramm



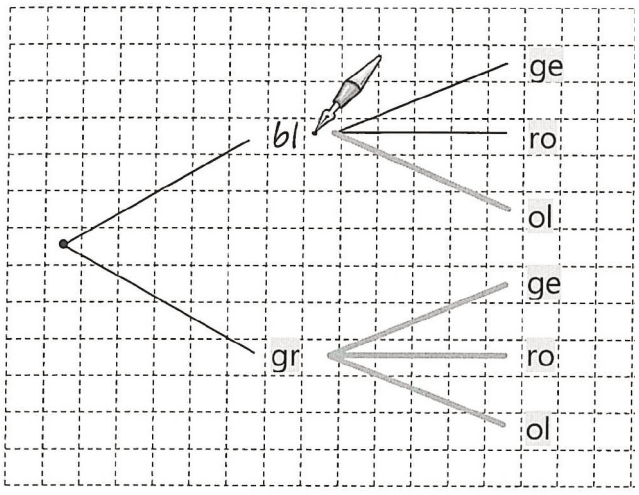
Kreisdiagramm

Darstellen von Ergebnissen

Gesammelte Ergebnisse kann man mit Hilfe eines **Baumdiagrammes** oder einer **Vierfeldertafel** darstellen.

Beispiel zum Baumdiagramm

Luis hat in seiner Schublade eine blaue (bl) und eine graue (gr) Hose sowie ein gelbes (ge), ein rotes (ro) und ein olivgrünes (ol) Shirt. Zeichne ein Baumdiagramm, aus dem man alle möglichen Kombinationen ablesen kann.



Beispiel zur Vierfeldertafel

Von den 27 Schülern der Klasse 5a sind 15 Mädchen (M). 11 der Schüler sind Einzelkinder (EK), 8 davon sind Jungs (J). Der Rest hat Geschwister (G). Stelle die Ergebnisse mit einer Vierfeldertafel dar und berechne dann die noch fehlenden Werte.

	J	M	
EK	8	3	11
G	4	12	16
	12	15	27